

Universität Luzern / Kultur- und Sozialwissenschaftliche Fakultät

Philosophisches Seminar

Paradoxien der Implikation

Darstellung zweier Lösungsansätze

Hauptseminararbeit Logik

Eingereicht bei Dr. Cyril Mamin

Am 19.04.2020

Julia Oegema
Sempacherstr. 34
6003 Luzern
13-211-594

Inhalt

1	EINLEITUNG	1
2	RELEVANTE GRUNDBEGRIFFE DER FOMALEN LOGIK	2
2.1	WAHRHEITSWERTE	2
2.2	MERKMALE LOGISCH GÜLTIGER ARGUMENTE	2
2.3	DER KONDITIONAL.....	3
2.4	LOGISCHE FOLGERUNG	4
2.5	LOGISCHE WAHRHEIT UND LOGISCHE FALSCHHEIT.....	5
2.5.1.1	Logische Wahrheit.....	5
2.5.1.2	Logische Falschheit.....	6
2.6	WAS LEISTET DIE KLAASSISCHE FOMALE LOGIK?	6
3	PARADOXIEN DER IMPLIKATION	8
3.1	PROBLEMDARSTELLUNG	8
3.1.1	<i>Logische Falschheit in der Prämissen</i>	<i>8</i>
3.1.2	<i>Logische Wahrheit in der Konklusion</i>	<i>9</i>
3.1.3	<i>Zusammenfassende Problemdarstellung</i>	<i>9</i>
3.2	LÖSUNGSANSÄTZE	10
3.2.1	<i>Zusätzliche Folgerungsregel - Ansatz von Hoyningen-Huene</i>	<i>10</i>
3.2.2	<i>Relevanz als Kriterium</i>	<i>11</i>
3.2.2.1	<i>Position der Relevanzlogiker</i>	<i>12</i>
3.2.2.2	<i>Relevanz als Kriterium in der klassischen Logik – Ansatz von Brüder</i>	<i>13</i>
3.2.3	<i>Diskussion der vorgestellten Lösungsansätze</i>	<i>15</i>
4	KRITISCHE WÜRDIGUNG DER KLAASSISCHEN FOMALEN LOGIK.....	17
5	FAZIT & AUSBLICK.....	18
6	LITERATURVERZEICHNIS.....	19

1 Einleitung

Philosophie ohne Argumente ist undenkbar. Die Logik ist eine für die Philosophie grundlegende Disziplin, da sie den Rahmen einer gültigen und validen Argumentation vorgibt. Doch die Bedeutung der Logik geht weit über die Philosophie hinaus. Auch Naturwissenschaftler und Geisteswissenschaftler brauchen gültige Argumente, um ihre Theorien zu begründen (Hardy / Schamberger 2018: 10).

Doch aus der klassischen formalen Logik heraus ergibt sich eine Problematik. Sie lässt es zu, dass aus einem Widerspruch eine beliebige Aussage gefolgert werden kann. Ebenfalls ist es möglich, aus einer beliebigen Aussage einen Widerspruch zu folgern. Die Auswirkungen dieser Begebenheit sind weitreichend, denn sie führen zu zulässigen Argumenten, bei denen der Konsens besteht, dass diese nicht gültig sein dürften. Zudem lassen sie zu, dass sich eine Inkonsistenz auf jede Aussage auswirkt (Read 1997: 58), was in der Folge die Theorien, welche beliebige Aussagen beinhalten, ebenfalls inkonsistent macht. Der Grund für diese Unzulänglichkeiten sind die Paradoxien der Implikation. Die klassische formale Logik hat bisher keine Lösung gefunden, um diese Paradoxien aufzulösen. Die Paradoxien haben sogar zu der Bildung von neuen Logiken geführt, welche jedoch bisher noch keine breite Anerkennung finden. In dieser Arbeit wird in einem ersten Teil die Problematik dargestellt, welche sich durch die Paradoxien der Implikation ergibt. Um eine präzise Problemdarstellung zu gewährleisten, werden einleitend auch einige Grundbegriffe der klassischen Logik eingeführt. Anschliessend werden zwei Lösungsansätze dargestellt, welche von der klassischen formalen Logik ausgehen und darauf aufbauend versuchen, die Paradoxien zu umgehen. Daraufhin erfolgt die Diskussion der beiden Ansätze vor dem Hintergrund der Frage, ob es einen Ansatz gibt, welcher das Potential hat, die Paradoxien der Implikation ungültig zu machen und die klassische formale Logik sinnvoll zu modifizieren. Ebenfalls wird die sich aufdrängende Frage diskutiert, ob und inwieweit die klassische formale Logik mit ihren Unzulänglichkeiten weiterhin ihre Berechtigung als «Standardlogik» hat.

2 Relevante Grundbegriffe der formalen Logik

In diesem Unterkapitel wird eine Auswahl für die Problemdarstellung relevanter Grundbegriffe der klassischen formalen Aussagenlogik erläutert. Auch auf die Merkmale logisch gültiger Argumente wird eingegangen, da diese den Rahmen für logisch gültiges Schliessen bilden. Auf eine Darstellung von Grundbegriffen der Prädikatenlogik wird verzichtet. Die Paradoxien der Implikation treten zwar auch in der Prädikatenlogik auf, allerdings ist die Grundproblematik dieselbe wie in der Aussagenlogik und eine Darstellung auf Ebene der Prädikatenlogik erübrigt sich damit.

2.1 Wahrheitswerte

Dem Zweiwertigkeitsprinzip zufolge hat jede wissenschaftliche Aussage nur einen Wahrheitswert, sie ist entweder wahr oder falsch (Hardy / Schamberger 2018: 60). Auch die klassische Aussagen- und Prädikatenlogik operiert nach dem Zweiwertigkeitsprinzip nur mit den zwei Wahrheitswerten „wahr“ und „falsch“. So definiert Hoyningen-Huene (1998: 29) eine Aussage als einen „Satz, der entweder wahr oder falsch ist“. Dabei muss jedoch beachtet werden, dass der Begriff „Aussage“ in dieser Definition als Fachausdruck der Aussagen- und Prädikatenlogik verstanden und nicht in seiner alltäglichen Bedeutung interpretiert wird. Durch wahrheitsfunktionale Verknüpfungen (logische Operatoren) können Teilaussagen zu einer Gesamtaussage verknüpft werden. Der Wahrheitswert der Gesamtaussage wird dann durch den Wahrheitswert der Teilaussagen und natürlich durch den verwendeten Operator bestimmt. Solche Verknüpfungen werden auch als «wahrheitsfunktional» bezeichnet, weil der Wahrheitswert der Gesamtaussage eine Funktion der enthaltenen Teilaussagen ist (ebd.: 38f.).

2.2 Merkmale logisch gültiger Argumente

Vorweg ist zu betonen, dass mit logisch gültig immer deduktiv gültig gemeint ist (in Abgrenzung zu induktiver Gültigkeit).

Hardy und Schamberger (2018: 37ff.) beschreiben drei Merkmale logisch gültiger Argumente. Das erste Merkmal ist der Wahrheitstransfer. Das bedeutet, dass bei logisch gültigen Argumenten die Konklusion zwingend wahr sein muss, wenn es die Prämissen auch sind. Es darf demnach nicht vorkommen, dass wahre Prämissen zu einer falschen Konklusion führen. Das zweite Merkmal ist die Implikation. Damit ist gemeint, dass aus den Prämissen auf die Konklusion geschlossen werden kann, weil die Information der Konklusion bereits in den Prämissen liegt. Es braucht also eine Art Folgebeziehung zwischen den Prämissen und der Konklusion. Als drittes Merkmal wird die formale Gültigkeit genannt. Die Gültigkeit logisch gültiger Argumente begründet sich allein durch ihre logische Form. Hoyningen-Huene (1998:

15f.) fasst Merkmale korrekter logischer Schlüsse etwas breiter. Das Merkmal des Wahrheitstransfers ergänzt er mit einem weiteren Merkmal, welches besagt, dass es für die Beurteilung der Korrektheit des Schlusses keine Rolle spielt, ob die Prämissen wahr sind. Zudem fügt er ein weiteres Merkmal hinzu, die Möglichkeit, aus einem korrekten Schluss weitere korrekte Schlüsse zu ziehen. Das Merkmal der formalen Gültigkeit unterteilt er in zwei Merkmale, welche aber im Wesentlichen dasselbe beinhalten wie die formale Gültigkeit, beschrieben durch Hardy & Schamberger.

2.3 Der Konditional

Im Hinblick auf die Darstellung der logischen Folgerung wird auf den Konditional eingegangen, die anderen logischen Operatoren spielen vor dem Hintergrund der Paradoxien der Implikation eine untergeordnete Rolle.

Der Konditional ist der logische Operator, welcher den logischen Ausdruck „wenn – dann“ formalisiert. „Wenn – dann“ Aussagen werden auch Bedingungsaussagen genannt. Der „wenn“ Teil der Aussage (Antezedens) beschreibt die hinreichende Bedingung für den „dann“ Teil der Aussage (Konsequens). Der Konsequens ist die notwendige Bedingung für das Antezedens. Ein Beispiel dafür ist die Verbindung von Kälte und Schneefall. So ist Schneefall eine hinreichende Bedingung für Kälte und Kälte ist eine notwendige Bedingung für Schneefall (Hardy / Schamberger 2018: 93). Oder anders ausgedrückt: Wenn es schneit, dann muss es auch kalt sein. Wenn es kalt ist, dann kann es schneien, es ist aber nicht zwingend so, dass es immer schneit, wenn es kalt ist.

Als logischer Operator übernimmt der Konditional jedoch eine etwas andere Funktion als das alltagssprachliche «wenn – dann», weil die intensionale Komponente des «wenn – dann» nicht berücksichtigt wird (Hoyningen-Huene 1998: 52f.). Damit ist gemeint, dass die Kausalitätsbeziehung, welche im alltagssprachlichen «wenn – dann» zwischen dem Antezedens und dem Konsequens meist impliziert wird, wegfällt.

Der Konditional ist ein wahrheitsfunktionaler Operator. Je nach Konvention wird er mit unterschiedlichen Zeichen formalisiert. In dieser Arbeit wird das umgekehrte Hufeisen \supset verwendet. Aus dem Konditional ergibt sich folgende Wahrheitstafel (vgl. beispielsweise Hardy / Schamberger, wobei A und B Aussagen sind und W und F für die beiden Wahrheitswerte wahr und falsch stehen):

A	B	$A \supset B$
W	W	W
W	F	F
F	W	W
F	F	W

Diese Wahrheitstafel geht bereits auf den griechischen Philosophen Philon von Megara zurück. Bereits damals gab sie Anlass zur Kritik. So kritisierte sie der Philosoph Sextus Empiricus anhand eines Beispiels, welches durch die dritte Zeile der Wahrheitstafel formalisiert würde: «Wenn es Nacht ist, ist es Tag». Diese Aussage wäre, bei Tage formuliert, gemäss Wahrheitstafel wahr. Sextus Empiricus kritisiert, dass der Satz jedoch bei jeder Tages- und Nachtzeit falsch sein sollte, da er den Zusammenhang von Tag und Nacht falsch beschreibt. Auch Vertreter mehrwertiger Logiken (mehrwertig bedeutet, dass es mehr als zwei Wahrheitswerte gibt) plädieren dafür, in diesem Fall einen anderen oder gar keinen Wahrheitswert anstelle des „wahr“ einzusetzen (Hardy / Schamberger 2018: 67).

Dies ist nur eine Kritik am Konditional, es gibt noch viele weitere Aspekte des Operators, welche kritisiert werden (vgl. Read 1997).

Der Konditional lässt sich auch mit anderen logischen Operatoren darstellen. So kann er beispielsweise durch eine Disjunktion formalisiert werden: $\neg A \vee B$. Auch mit dieser Darstellung wird ersichtlich, dass der Wahrheitswert der Gesamtaussage wahr ist, wenn entweder A falsch oder B wahr ist. Ebenfalls lässt sich der Konditional auch mittels einer Konjunktion darstellen: $\neg (A \wedge \neg B)$. Diese Darstellungen sind demnach äquivalent zum Konditional. Die Wahrheitsfunktionalität der Disjunktion und der Konjunktion ist breiter anerkannt. Mit dieser Äquivalenz argumentieren viele Vertreter der klassischen Logik für die oben dargestellte Interpretation des Konditionals (Read 1997: 86). Einige klassische Logiker wie beispielsweise Hardy und Schamberger (2018: 53) anerkennen zwar die Kritik an der Darstellung des Konditionals, halten jedoch mangels besserer Alternativen an der Darstellung fest.

2.4 Logische Folgerung

Bereits wurden die Merkmale logisch gültiger Argumente erläutert. Dieses Unterkapitel setzt den Fokus noch etwas enger und klärt die Frage, wann logische Folgerungen gültig sind. Die logische Folgerung ist derjenige «Prozess» oder Schritt, der von den Annahmen der Prämissen

zu der Annahme der Konklusion führt. Die logische Folgerung kann auch als eine Art Relation zwischen den Prämissen und der Konklusion beschrieben werden (Read 1997: 50). Hoyning-Huene definiert eine korrekte aussagenlogische Folgerung wie folgt:

„Seien A und B Aussagen oder aussagenlogische Formeln. Der Schluss von A auf B heisst aussagenlogisch korrekt genau dann, wenn $A \supset B$ aussagenlogisch wahr ist.“ (Hoyning-Huene 1998: 109)

Der Konditional ist also Bestandteil der Definition. Aus diesem Grund ist es wichtig, sich den Unterschied zwischen dem Konditional und der logischen Folgerung nochmals vor Augen zu führen. Der Konditional hat die Funktion, zwei Aussagen zu verknüpfen und bildet somit aus zwei Aussagen eine neue. Der Wahrheitswert der Gesamtaussage ergibt sich als Funktion der Wahrheitswerte der Einzelaussagen. Diese Verknüpfung ist auf der objektsprachlichen Ebene festzumachen. Die logische Folgerung hingegen ist auf der Metaebene einzuordnen und hat die Funktion, eine Verknüpfung zwischen Aussagen der Objektebene zu beschreiben (Hoyning-Huene 1998: 112).

Diese Darstellung der logischen Folgerung verdeutlicht, dass kein inhaltlicher Zusammenhang zwischen den Prämissen und der Konklusion notwendig vorhanden sein muss, um einen Schluss als korrekt zu klassifizieren.

2.5 Logische Wahrheit und logische Falschheit

2.5.1.1 Logische Wahrheit

Der Begriff logische Wahrheit ist in der Sprachphilosophie auch unter den Termini „Tautologie“ oder „allgemeingültig“ bekannt. Dabei kann sich die logische Wahrheit entweder auf der Ebene der logischen Form oder auf der Ebene einer Aussage manifestieren. Eine Aussage ist dann logisch wahr, wenn ihre logische Form logisch wahr ist. Eine logische Form wiederum ist dann logisch wahr, wenn sie in allen Zeilen der Wahrheitstafel (unter dem Hauptoperator) wahr ist (Hardy / Schamberger, 2018: 77). Auf der Ebene der Aussage ist jeder Satz mit der Struktur $A \vee \neg A$ logisch wahr. Ein Beispiel dafür wäre:

Das Schloss Meggenhorn hat ein spitzes Dach oder hat kein spitzes Dach.

In der Regel muss zur Feststellung des Wahrheitswertes einer Aussage ein Bezug auf etwas von der Aussage Verschiedenes hergestellt werden. Die Bestimmung des Wahrheitswertes ist nicht Teil der formalen Logik, sondern Untersuchungsgegenstand der Wahrheitstheorien. Die Besonderheit der logischen Wahrheiten besteht darin, dass zur Bestimmung des Wahrheitswertes kein externer Bezug auf etwas von der Aussage Verschiedenes hergestellt

werden muss. Sie sind wahr allein aufgrund ihrer logischen Form oder anders ausgedrückt, aufgrund der Kombination ihrer Teilaussagen. (Hoyningen-Huene 1998: 83f). Read (1997: 54) beschreibt logische Wahrheiten zudem als „Konklusion eines gültigen Schlusses ohne Prämissen“. Der Hintergrund dieser Definition wird im Kapitel der Problemdarstellung klarer. Logischen Wahrheiten kann man nicht widersprechen, da sie nichts ausschliessen. Folglich sind sie nichtssagend.

2.5.1.2 *Logische Falschheit*

Wie die logische Wahrheit kann sich auch die logische Falschheit sowohl auf der Ebene der logischen Form als auch auf der Ebene einer Aussage manifestieren. Sie ist so definiert, dass sich bei ihr in der Wahrheitstafel unter dem Hauptoperator immer der Wahrheitswert „falsch“ findet oder wenn ihre logische Form logisch falsch ist. Ein zu logischer Falschheit häufig synonym verwendeter Term ist „logischer Widerspruch“ (Hardy / Schamberger 2018: 79), „kontradiktiorisch“, „ungültig“ oder „inkonsistent“ (Hoyningen-Huene 1998: 87).

Das einfachste Beispiel einer logischen Falschheit hat die Form $A \wedge \neg A$. Die Aussage „Das Schloss Meggenhorn hat ein spitzes Dach und hat kein spitzes Dach“ weist beispielsweise diese Struktur auf und ist demnach logisch falsch.

Auch mit einer logischen Falschheit kann nichts behauptet werden. Es wird eine Aussage gemacht und gleichzeitig wird eine dieser Aussage widersprechende Aussage behauptet. Durch die Verneinung kann eine logische Falschheit in eine logische Wahrheit oder umgekehrt eine logische Wahrheit in eine logische Falschheit umgewandelt werden.

2.6 Was leistet die klassische formale Logik?

Nachdem nun die relevanten Grundbegriffe der klassischen Logik geklärt wurden, wird die Frage nach den Möglichkeiten und Grenzen dieser geklärt. Zur Klärung welcher Fragen können die Verfahren der klassischen Logik eingesetzt werden? Und an welcher Stelle sind die Erwartungen an sie möglicherweise überhöht?

Die Logik hat die Aufgabe zu bestimmen, welche Folgerungen aus einer gegebenen Menge von Annahmen gültig sind (Read 1997: 50). Dabei wird untersucht, unter welchen Bedingungen Argumente in Bezug auf ihre Form gültig sind (Hardy / Schamberger 2018:10). Es geht demnach in der formalen Logik um die Auseinandersetzung mit dem korrekten logischen Folgern (Hoyningen-Huene 1998: 27). Nach Read (1997: 52) beschränkt sich der Aufgabenbereich der Logik einerseits darauf, „Techniken für die Identifizierung und

Unterscheidung der logischen Form verschiedener Argumente bereitzustellen“ und andererseits sie für die Gültigkeitsprüfung der Argumente anzuwenden.

Wie bereits erläutert, ist ein logisch gültiges Argument einzig aufgrund seiner logischen Form gültig. Die logische Form bezeichnet das, was nach der Abstraktion des Inhaltes eines Arguments übrigbleibt. Der Prozess der Transformation eines Arguments zu seiner logischen Form wird als Formalisierung bezeichnet (Hardy / Schamberger 2018: 39f.). Dabei kann auf unterschiedlichen Ebenen formalisiert werden. Die Aussagenlogik formalisiert Aussagen, wohingegen in der Prädikatenlogik auch die innere Struktur von Aussagen formalisiert werden kann. Die Logik ist jedoch kein Instrument, um zu überprüfen, ob die ursprünglichen Annahmen wahr sind. Diese Überprüfung fällt in den Untersuchungsbereich der Wahrheitstheorien.

3 Paradoxien der Implikation

In diesem Kapitel werden zunächst zwei Beispiele von Paradoxien der Implikation eingeführt. Dann wird das Problem zusammenfassend erläutert und anschliessend werden zwei Lösungsansätze vorgestellt und diskutiert.

3.1 Problemdarstellung

Grundsätzlich wird eine Unterscheidung zwischen den Paradoxien der strikten und den Paradoxien der materialen Implikation gemacht (vgl. Mares 2014). Es werden nur diejenigen zwei Paradoxien der strikten Implikation vorgestellt, auf welche in den Lösungsansätzen eine Bezugnahme erfolgt.

3.1.1 Logische Falschheit in der Prämisse

Der Begriff der logischen Falschheiten würde bereits erläutert. Es soll nun ein Argument betrachtet werden, in welchem diese logische Falschheit als Prämisse gesetzt wird.

Prämisse: Das Schloss Meggenhorn hat ein spitzes Dach und hat kein spitzes Dach.

Konklusion: Jetzt gerade befinden sich exakt drei Ruderboote auf dem Vierwaldstättersee.

Nach den Kriterien der klassischen formalen Logik handelt es sich hierbei um einen korrekten aussagenlogischen Schluss. Um das zu beurteilen, müssen keine Ruderboote auf dem Vierwaldstättersee gezählt werden. Die Begründung erfolgt durch die Definition der gültigen logischen Folgerung und somit durch die Extensionalität des Konditionals: Unabhängig vom Wahrheitswert des Konsequens ist ein Konditional mit falschem Antezedenz immer wahr (Hoyningen-Huene 1998: 118f). Oder anders ausgedrückt: Aus einer logischen Falschheit lässt sich Beliebiges schliessen. In der Literatur wird dieses Prinzip auch „ex falso quodlibet“ genannt, was auf Lateinisch „aus dem Falschen alles Beliebige“ bedeutet. Durch das Prinzip breitet sich eine Inkonsistenz auf jede Aussage aus (Read 1997: 58). Denn prinzipiell kann aus der logischen Falschheit jede Aussage durch einen korrekten logischen Schluss gefolgert werden. Die weitreichenden Folgen dessen sollen nun verdeutlicht werden:

Eine Theorie ist eine logisch abgeschlossene Menge von Aussagen und der Folgerungen, welche diese Aussagen implizieren. Wenn eine Theorie eine Aussage und gleichzeitig die Negation dieser Aussage enthält, dann handelt es sich um eine konsistente Theorie. Nun wird ersichtlich, dass aufgrund des «ex falso quodlibet» gemäss der Darstellung der klassischen formalen Logik jede Theorie inkonsistent ist. Zugespitzt lässt sich sogar sagen, dass dann jede Theorie trivial ist, weil sie jede Aussage enthält (ebd.: 59).

3.1.2 Logische Wahrheit in der Konklusion

Nun soll ein Argument mit einer beliebigen Prämisse und einer logischen Wahrheit als Konklusion betrachtet werden.

Prämisse: In der Mensa der Universität Luzern speisen derzeit 42 Studenten.

Konklusion: Das Schloss Meggenhorn hat ein spitzes Dach oder hat kein spitzes Dach.

Dieser Schluss ist entgegen verbreiteter Intuition korrekt. Unabhängig davon, welche Prämisse eingesetzt wird, sofern die Konklusion eine logische Wahrheit ist, kann der Schluss nur korrekt sein. Auch hier findet sich die Begründung wiederum in der Definition der korrekten logischen Folgerung und somit in derjenigen des Konditionals: Ungeachtet des Wahrheitswertes des Antezedens ist ein Konditional mit wahren Konsequens immer wahr (Hoyningen-Huene 1998: 119). Ein beliebiges Argument mit einer beliebigen Prämisse ist nach der Darstellung der klassischen formalen Logik gültig, wenn es eine logische Wahrheit als Konklusion aufweist.

3.1.3 Zusammenfassende Problemdarstellung

Eine Paradoxie entsteht aus einer Anzahl sich widersprechenden Behauptungen, welche jedoch einzeln als wahr beurteilt werden (Cuonzo 2014: 19). In unserem Beispiel für das «ex falso quodlibet» könnten die Behauptungen beispielsweise zusammengefasst als Dilemma formuliert werden:

- Die Definition der gültigen logischen Folgerung sowie damit einhergehend das klassische Verständnis aller in der Definition vorkommenden Komponente werden angenommen.
- Es gibt Theorien, welche konsistent sein könnten.

Das Dilemma könnte auch anders formuliert werden, beispielsweise könnten die Annahmen zur klassischen formalen Logik separat aufgeführt werden oder anstelle der zweiten Behauptung könnte diese Annahme formuliert werden:

- Es gibt keine Aussage, aus welcher jede erdenkbare Aussage durch einen logisch gültigen Schluss gefolgert werden kann.

Das «ex falso quodlibet» hat gravierende Auswirkungen. Man ist gezwungen, entweder das Grundgerüst der klassischen Logik neu zu überdenken oder anzuerkennen, dass eine Theorie unmöglich konsistent sein kann.

Auch die logischen Wahrheiten führen zu einem Paradoxon. Dieses könnte beispielsweise als folgendes Dilemma beschrieben werden:

- Die Definition der gültigen logischen Folgerung sowie damit einhergehend das klassische Verständnis aller in der Definition vorkommenden Komponente werden angenommen.
- Aus einem beliebigen Satz kann keine nichts behauptende Aussage durch einen logisch gültigen Schluss gefolgert werden.

Nähme man bei diesem Dilemma rein hypothetisch die erste Annahme an, so hätte das Verwerfen der zweiten Behauptung etwas weniger weitreichende Folgen, da logische Wahrheiten nicht wirklich etwas aussagen und dementsprechend als Konklusion auch keinen Annahmen widersprechen können. Entsprechend finden sich in der Literatur auch viel weniger Abhandlungen mit dem zweiten Dilemma oder die Abhandlungen erfolgen im Zug mit Modifikationen, welche die Intention haben, das „*ex falso quodlibet*“ zu vermeiden.

3.2 Lösungsansätze

Die bekannte Problematik wurde während Jahrzehnten von Logikern diskutiert und es gibt eine sehr grosse Anzahl an Ansätzen, das Problem der Paradoxien der Implikationen zu lösen. Neben Logikern, welche die Problematik als unhaltbar sehen, gibt es auch Logiker, welche die Auswirkungen der Paradoxien der Implikation relativieren. Sie argumentieren, dass aufgrund der klassischen Darstellung der logischen Folgerung das Auftreten dieser Paradoxien durchaus legitim ist und die Paradoxien nur als solche wahrgenommen werden, weil die Erwartungen an logische Folgerungen unreflektiert sind und im Moment des Erkennens der «Paradoxien» enttäuscht werden (Hoyningen-Huene 1998: 118). Im zweitletzten Kapitel wird die Argumentation gegen diese Haltung noch genauer ausgeführt.

Nun werden die Lösungsansätze zur Problematik von Paul Hoyningen-Huene und Ethan Brauer dargestellt. Den beiden Logikern ist gemeinsam, dass sie eine Modifikation der klassischen Logik vornehmen, also keine grundlegenden Änderungen der klassischen Logik durchführen, wie es Vertreter anderer Logiken tun. Dennoch wird einleitend vor der Darstellung Brauers Ansatz auf den Ansatz der Relevanzlogiker eingegangen, da der Ansatz von Brauer auch als eine Synthese zwischen der klassischen und der Relevanzlogik betrachtet werden kann, insgesamt jedoch schon stärker der klassischen Logik zuzuordnen ist.

3.2.1 Zusätzliche Folgerungsregel - Ansatz von Hoyningen-Huene

Um das erste in der Problemdarstellung beschriebene Dilemma (das «*ex falso quodlibet*») zu lösen, führt Hoyningen-Huene eine weitere Bedingung in das Regelwerk der klassischen formalen Logik ein. Er plädiert dafür, dass aus logischen Falschheiten keine Folgerungen gemacht werden dürfen. Einzig soll es erlaubt sein, aus einer logischen Falschheit ebendiese

Falschheit zu folgern. Betrachtet man beispielsweise die logische Falschheit $A \wedge \neg A$, so wäre insbesondere die Folgerung auf A oder auf $\neg A$ unzulässig (Hoyningen-Huene 1998: 123ff.).

Eine Begründung für die Legitimation dieser zusätzlichen Bedingung ist, dass die klassische Definition der logischen Folgerung nicht gänzlich vereinbar ist mit dem Konzept des Wahrheitstransfers. Den Wahrheitstransfer wurde im zweiten Kapitel so eingeführt, dass bei wahren Prämissen die Konklusion zwingend auch wahr sein muss. Hoyningen-Huene führt diesen Gedanken weiter. Damit die Möglichkeit für einen Wahrheitstransfer besteht, muss auch die Möglichkeit bestehen, dass die Prämissen wahr sein könnten. Dies ist die Voraussetzung, um überhaupt eruieren zu können, ob sich diese Wahrheit auf weitere Aussagen überträgt. Logische Falschheiten können jedoch unter keinen Bedingungen wahr sein. Somit ist ein Wahrheitstransfer bei sämtlichen Folgerungen aus logischen Falschheiten per Definition nicht möglich und sollte aus diesem Grund per Definition unzulässig sein (ebd.).

Es gibt noch einen weiteren Grund, der für die zusätzliche Bedingung spricht. Dieser kristallisiert sich heraus, wenn man die Qualität der Aussage von einem einfachen Argument betrachtet, wo beispielsweise aus $A \wedge \neg A$ die Konklusion B gefolgert wird. In der Prämisse findet sich die logische Falschheit. Diese behauptet nichts, weil sie sich in ihrer eigenen Behauptung widerspricht. Die Konklusion hingegen ist eine einfache Aussage, welche eine ganz klare Behauptung aufstellt. Wenn nun die Folgerung von $A \wedge \neg A$ auf B zulässig wäre, würde sich im Zuge der Folgerung auch die Qualität der Aussage(n) verändern. Aus einer nicht informativen Prämisse folgt eine Aussage mit Informationsgehalt, der Schluss wäre demnach gehaltsvermehrend. Da jedoch ein breiter Konsens besteht, dass logische Schlüsse nicht gehaltsvermehrend sein dürfen, ist eine Regelung notwendig, welche diese Option unterbindet (ebd.).

Hoyningen-Huene schlägt also die Einführung einer Zusatzregel für gültige logische Schlüsse ein, beziehungsweise möchte er logische Folgerungen in gewissen Kontexten verbieten. Die Definition der logischen Folgerung behält er nach der klassischen Darstellung, nur deren Anwendbarkeit wird leicht eingeschränkt. Durch diese Massnahme beseitigt er die Problematik des «ex falso quodlibet» erfolgreich.

3.2.2 Relevanz als Kriterium

Bevor die Position von Ethan Brauer vorgestellt wird, erfolgt eine sehr allgemein gehaltene Darstellung der Relevanzlogik. Diese Darstellung hat das Ziel, einerseits eine weitere Herangehensweise an die Problematik zu skizzieren und andererseits den Ansatz von Ethan Brauer in einen breiteren Kontext zu setzen.

3.2.2.1 Position der Relevanzlogiker

Die Relevanzlogik entwickelte sich aus der Motivation heraus, eine Logik zu erschaffen, in welcher keine Paradoxien der Implikation auftreten. Gleich zu Beginn scheint es wichtig anzumerken, dass es nicht eine einzige Position der Relevanzlogiker gibt und sich innerhalb der Relevanzlogik bereits wieder eine Vielzahl von Unterströmungen gebildet hat. Was die Vertreter der Relevanzlogik verbindet, ist ihre Ansicht, dass die klassische Logik unzureichend ist. Die Paradoxien der Implikation lassen sich gemäss den Relevanzlogikern auf eine Grundproblematik zurückführen: Das Antezedens scheint in diesen Fällen jeweils völlig irrelevant für den Konsequens zu sein (Mares 2014). Mit Irrelevanz ist dabei tatsächlich Irrelevanz auf der Ebene einer intensionalen / inhaltlichen Beziehung gemeint. Die Relevanzlogiker versuchen, eine solche inhaltliche Beziehung zwischen den Prämissen und der Konklusion durch formale Regelungen zu erzwingen, um die Paradoxien der Implikation ungültig zu machen (ebd.).

Um diesen inhaltlichen Zusammenhang zu erreichen, führen sie Regeln nach diesem Prinzip ein:

Kein Argument kann für gültig erklärt werden, welches die Form $A \supset B$ hat, wenn nicht mindestens eine Aussage sowohl in A als auch in B vorkommt. Es darf also kein Schluss für gültig erklärt werden, wenn Prämissen und Konklusion nicht mindestens eine gemeinsame Aussage aufweisen (ebd.). Oder anders ausgedrückt: es darf nichts in der Konklusion sein, was nicht vorher schon in den Prämissen war.

Jede Relevanzlogik beinhaltet dieses Prinzip, es stellt eine notwendige Bedingung dar, dass eine Logik zu der «Kategorie» Relevanzlogik gehört. Das Prinzip vermag es jedoch noch nicht, alle Paradoxien der Implikation ungültig zu machen. (ebd.).

Die Relevanzlogik klärt nicht volumnfähiglich, wie sich nun die wahre und relevante Folgerung definieren lässt. Auch innerhalb der Vertreter der Relevanzlogik gibt es sehr unterschiedliche Auffassungen und Interpretationen des Begriffes der Implikation. Viele Explikationen der Implikation von Relevanzlogikern arbeiten mit unterschiedlichen „Welten“, um die Wahrheitsbedingungen der Implikation darzustellen (ebd.).

Aufgrund der Heterogenität der Ansätze wird an dieser Stelle darauf verzichtet, diese näher zu beschreiben. Mares (2014) schreibt jedoch, dass es einigen Relevanzlogiken gelingt, die Paradoxien der Implikation zu vermeiden. Die beiden in dieser Arbeit vorgestellten Paradoxien

können von diesen Logiken einerseits durch den Einbezug der Inkonsistenz in die Theorie oder durch die Verwerfung des Zweiwertigkeitsprinzip aus der Welt geschafft werden (ebd.).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass eine Vielzahl von Versuchen gemacht wurde und gemacht wird, um die klassische Logik so weiterzuentwickeln, dass sämtliche Paradoxien der Implikation ungültig gemacht werden. Um dieses Ziel zu erreichen, muss eine von Grund auf „neue“ Logik (neu in Relation zur klassischen formalen Logik) erschaffen werden. Aus der konsultierten Literatur heraus gibt es keine Hinweise, dass eine Relevanzlogik entwickelt wurde, welche die Schwierigkeiten der klassischen formalen Logik überwinden konnte und gleichzeitig ein Prüfverfahren für die Gültigkeit von Argumenten mit einer Qualität und einer handlichen Anwendbarkeit auf dem Niveau der klassischen Logik bietet.

Nach dieser kurzen Einführung in die Relevanzlogik wird die Position von Ethan Brauer dargestellt, welche Elemente aus der Relevanzlogik in die klassische Logik einbaut.

3.2.2.2 Relevanz als Kriterium in der klassischen Logik – Ansatz von Brauer

Ethan Brauer (2018: 1ff.) bemängelt, dass die Thematik der Relevanz in der klassischen formalen Logik bisher kaum beachtet wurde. Für ihn ist dies jedoch kein Grund anzunehmen, dass es nicht eine Möglichkeit gibt, Kriterien der Relevanz in die klassische formale Logik einzubauen oder diese um weitere Kriterien zu ergänzen. Die Paradoxien der Implikation sprechen aus seiner Sicht klar dafür, dass es ein Überdenken von Konzepten der klassischen formalen Logik braucht.

Zunächst gibt Brauer (2018: 4) eine intuitive Beschreibung seiner Ansicht von Relevanz: Eine Prämisse ist relevant für ein Argument, wenn die Proposition, die durch diese Prämisse ausgedrückt wird, einen Beitrag zu der Antwort auf die Frage leistet, ob die Konklusion wahr ist. Daraus folgt, dass eine Prämisse irrelevant für ein Argument ist, wenn sie nicht dazu beiträgt, auf die Wahrheit oder Falschheit der Konklusion zu schliessen. (Mit einem Argument ist ein Satz von Prämissen und eine Konklusion gemeint)

Diese intuitive Darstellung der Relevanz ist für ihn aber noch nicht abschliessend. Die Darstellung berücksichtigt den Kontext noch nicht, in welchem eine Prämisse erscheint. Es ist nämlich möglich, dass eine Prämisse in einem Argument relevant ist, in einem anderen Argument hingegen irrelevant. Die Definition der Relevanz wird demnach noch um einen Kontextbezug erweitert: Eine Prämisse ist relevant für die Konklusion, wenn sie, zusammen mit den anderen Prämissen betrachtet, zur Wahrheit der Schlussfolgerung beiträgt (damit ist nicht gemeint, dass die Konklusion den Wahrheitswert «wahr» haben muss, sondern dass dieser

den korrekten Wahrheitswert zugeordnet wurde). Die klassische formale Logik interessiert sich jedoch nicht für die Wahrheit der Konklusion, sondern vielmehr für die Gültigkeit des Schlusses. In diesem Kontext definiert Brauer Relevanz als etwas, was zur formalen Gültigkeit des Argumentes beiträgt (ebd.: 6). Zudem weitet er seine Darstellung der Relevanz noch weiter aus. Neben den Prämissen kann auch die Konklusion irrelevant sein, wenn diese keinen Beitrag zur Gültigkeit des Arguments leistet (ebd.: 7). Zudem führt er den Begriff der Redundanz ein. Diesen verdeutlicht er anhand eines einfachen Beispiels:

$$P \wedge Q, P \wedge R, P \supset S : S$$

In dem Beispiel wird ersichtlich, dass die dritte Prämisse unabdinglich ist für die Folgerung der Konklusion. Bei den ersten beiden Prämissen ist die Situation eine andere. Es wird mindestens eine der Prämissen gebraucht, um die Konklusion gültig folgern zu können. Würde man aber eine der beiden streichen, dann wäre die Folgerung nach wie vor möglich. Nur anhand dieses Beispiels könnte jedoch nicht entschieden werden, dass eine dieser Prämissen redundant ist, bzw. es könnte nicht definiert werden, welche dieser Prämissen redundant ist. Das Beispiel zeigt jedoch, dass sich in dem Set der Prämissen redundante Elemente finden. Das Vorhandensein redundanter Elemente in einem Argument bedeutet noch nicht per se, dass entweder eine Prämisse oder die Konklusion nicht relevant ist. Irrelevanz entsteht erst dann, wenn es ein Set von Prämissen ohne redundante Elemente gibt, welches auch zu der Konklusion führt. Oder umgekehrt, wenn es eine Konklusion ohne redundante Elemente gibt, welche aus den Prämissen gefolgert werden kann (ebd.: 8).

Werden nun die Paradoxien der Implikation vor dem Hintergrund dieser Erkenntnis betrachtet, so zeigt sich, dass diese das Relevanzkriterium unmöglich erfüllen können. Betrachten wir zunächst das Beispiel mit der logischen Wahrheit in der Konklusion:

$$B \supset A \vee \neg A$$

Die Konklusion dieses Argumentes ist in jedem Fall wahr, unabhängig von der gewählten Prämisse. Aus diesem Grund ist B redundant, denn ein Wegfallen der Prämisse hätte keinen Einfluss auf die Folgerung der Konklusion. Da diese eine logische Wahrheit ist, kann sie in jedem Fall gefolgert werden. Somit erfüllt dieses Argument das Relevanzkriterium nicht. Nun prüfen wir, ob das «ex falso quodlibet» dem Relevanzkriterium genügt:

$$A \wedge \neg A \supset B$$

Brauer argumentiert hier, dass die Konklusion irrelevant ist für das Argument. Denn durch die logische Falschheit in der Konklusion ist das Argument unabhängig von der Prämisse gültig. Die Konklusion B trägt somit nichts zur Gültigkeit des Argumentes bei (ebd.: 9). Würde also die korrekte logische Folgerung um ein Relevanzkriterium erweitert, wären die Probleme der Paradoxien der Implikation gelöst.

Um die Überlegungen von Brauer in einem korrekten Kontext darzustellen, muss an dieser Stelle gesagt werden, dass er auch eine formale Definition von Relevanz liefert und diese in seiner Arbeit noch erweitert. Da diese Erweiterung in Bezug auf die Thematik der Paradoxien der Implikation jedoch keine relevanten zusätzlichen Erkenntnisse gebracht hätte, wurde auf deren Darstellung in dieser Arbeit verzichtet.

3.2.3 Diskussion der vorgestellten Lösungsansätze

Sowohl der Lösungsansatz von Hoyningen-Huene als auch der Ansatz von Brauer lösen das Problem der Paradoxien der Implikation, indem sie jeweils eine Zusatzbedingung formulieren. So formuliert Hoyningen-Huene ein explizites Verbot, aus logischen Falschheiten etwas anderes als eine logische Falschheit zu folgern. Brauer hingegen führt ein Relevanzkriterium ein. Somit werden die bekannten Regeln der klassischen formalen Logik nicht verändert, sondern nur ergänzt.

Kritisch anzumerken an dem Ansatz von Hoyningen-Huene ist, dass er lediglich das «ex falso quodlibet» ungültig macht. Die Folgerung einer logischen Wahrheit aus einer beliebigen Prämisse sowie auch andere Paradoxien der Implikation sind auch nach seiner «Modifikation» der klassischen Logik noch existent. Brauer hingegen macht mit seinem Relevanzkriterium sämtliche Paradoxien der Implikation ungültig, zwei Beispiele wurden im vorherigen Kapitel aufgezeigt.

Hoyningen-Huene untermauert seine eingeführte Zusatzbedingung mit zwei Argumenten. Die Begründung, dass für einen Wahrheitstransfer zumindest die Möglichkeit bestehen muss, dass die Prämisse wahr ist, ist sehr gut nachvollziehbar. Sein zweites Argument lautet, dass logische Schlüsse nicht gehaltsvermehrend sein dürfen. Er bekräftigt dieses Argument, indem er schreibt, dass diesbezüglich Konsens besteht. Auch wenn dieser Konsens besteht, so besteht gleichzeitig auch ein Konsens ähnlichen Ausmaßes über die Gültigkeit der Regeln logischer Folgerungen in der klassischen formalen Logik. Hoyningen-Huene führt nicht aus, weswegen nun prioritätär die Gehaltsvermehrung im Zuge der Argumentation vermieden werden soll.

Was dem Ansatz von Hoyningen-Huene auf jeden Fall anzurechnen ist, ist seine einfache Anwendbarkeit. Die sehr einfach verständliche Zusatzregel, welche sich nur punktuell auf die bekannten Regeln der klassischen formalen Logik auswirkt und eines der grössten Probleme dieser zu beheben vermag, ist auch verständlich für Anwender der Logik, welche kein Interesse an einer vertieften Auseinandersetzung mit dieser haben. Zudem bedarf es nach der Einführung der Regel keiner weiteren Modifikation der Regeln und Annahmen der klassischen formalen Logik, zumindest keine, welche im Zusammenhang mit der Einführung der Zusatzregel stehen. Auch die Überprüfung, ob die Zusatzregel in einem Argument eingehalten wird, ist schnell gemacht.

Wie Brauer auch selbst schreibt, hat die Ergänzung der klassischen formalen Logik um sein Relevanzkriterium durchaus weitreichende Auswirkungen. Denn ist das Kriterium erst einmal eingeführt, so führt dies mit sich, dass Argumente auch auf ihre Relevanz hin überprüft werden müssen. Es liegt auf der Hand, dass sich diese Prüfung etwas komplexer gestaltet als die Prüfung der Zusatzregel von Hoyningen-Huene. Brauer zeigt in seiner Darstellung in groben Zügen, wie eine solche Prüfung aussehen könnte (Brauer 2018: 14). Ebenfalls verweist er auf einen Begleitartikel von ihm, welcher sich mit der Thematik vertiefter auseinandersetzt.

Trotz der erschwerten Anwendbarkeit überzeugt der Ansatz von Brauer stärker. Er schafft es, mittels dem Konzept der Relevanz die Ungültigkeit der Paradoxien der Implikation zu beweisen. Einerseits ist dieses Vorgehen intuitiv sehr überzeugend, da die Akzeptanz von Paradoxien der Implikation auf solchen Widerstand stösst, weil in diesen augenscheinlich die Prämisse jeweils irrelevant für die Schlussfolgerung ist. Andererseits überzeugt, dass mit dem Verfahren alle Paradoxien der Implikation ungültig gemacht werden können. Es wäre auch möglich, analog zu Hoyningen-Huene's Regel für alle weiteren Paradoxien der Implikation ein «Folgerungsverbot» auszusprechen, dies würde jedoch in einem unübersichtlichen Symptombekämpfungskrieg enden.

4 Kritische Würdigung der klassischen formalen Logik

Abschliessend soll die Frage nach der Berechtigung der klassischen formalen Logik diskutiert werden. Es wurde aufgezeigt, dass die Annahme der klassischen Logik zu Paradoxien führt. Das Festhalten an der Annahme der klassischen Logik in Anbetracht dieser Paradoxien führt dazu, dass die Möglichkeit konsistenter Theorien verworfen wird. Das wiederum hätte weitreichende Auswirkungen auf jede wissenschaftliche Arbeit, welche in irgendeiner Form eine Theorie aufzustellen versucht.

Bereits erläutert wurden die Aufgaben und die Fragen, welche durch die klassische Logik beantwortet werden sollen. Ich nehme an dieser Stelle Bezug auf die Sicht von Read (1997: 52). Ihm zufolge soll die Logik einerseits «Techniken für die Identifizierung und Unterscheidung der logischen Form verschiedener Argumente» bereitstellen. Die Paradoxien der Implikation schränken die klassische Logik in keiner Weise dabei ein, diese Techniken bereitzustellen. Read beschreibt noch eine weitere Aufgabe, und zwar müssen diese Techniken auch für die Gültigkeitsprüfung der Argumente verwendet werden können. Auch dies ist trotz der Paradoxien der Implikation gut möglich. Jedoch stellt sich die Frage nach der Qualität dieser Prüfung. Offensichtlich ist diese viel zu grobmaschig. Es stellt sich die Frage nach dem Zweck eines Prüfinstrumentes, welches letzten Endes auf eine Art und Weise jede erdenkbare Konklusion als gültig erklärt.

Hoyningen-Huene (1998: 128) beschreibt die Bedeutung der klassischen formalen Logik treffend. Einen Nutzen hat sie für den Anwender dann, wenn sie nicht unbegrenzt angewendet wird. Besonders die Anwendung auf problematische Fälle (wie die Paradoxien der Implikation) muss vermieden werden.

Der Vorteil der klassischen Logik im Vergleich sämtlicher anderer Logiken ist ihre einfache Anwendbarkeit. Nach wie vor bietet sie, abgesehen von den problematischen Fällen, ein simples und zuverlässiges Verfahren zur Prüfung der logischen Gültigkeit von Argumenten.

5 Fazit & Ausblick

Die Anwendbarkeit der klassischen formalen Logik wird durch die Paradoxien der Implikation begrenzt. Es gibt unterschiedliche Ansätze, die klassische formale Logik durch erweiterte Regelungen zu modifizieren und somit auch die Anwendbarkeit zu erweitern. Besonders überzeugend ist dabei der Ansatz von Ethan Brauer. Er erweitert die klassische formale Logik um ein Relevanzkriterium. Wenn es gelingt, ein einfaches Relevanzkriterium formal in das Regelwerk der klassischen Logik einzubauen, ohne dass diese dafür an anderen Funktionen einbüsst, wäre dies eine äußerst wertvolle Erweiterung der klassischen Logik. Die Anwendbarkeit des Relevanzkriteriums müsste jedoch genaustens geprüft werden. Es scheint auf jeden Fall vielversprechend, den Ansatz weiterzuverfolgen.

Paul Hoyningen-Huene bietet einen pragmatischen Ansatz, welcher mit einem einfachen Kniff die Paradoxien der Implikation aus der Welt schafft. Ist das Ziel die möglichst einfache und widerspruchsfreie Anwendung der klassischen Logik, dann bietet der Ansatz ein einfaches Instrument dazu.

Auch die Definition der logischen Folgerung aufbauend auf dem Konditional wirft Fragen auf. Eine vertiefte Auseinandersetzung mit dem Begriff der «Implikation» würde sicher neue Erkenntnisse bringen.

Zuletzt ist auch die Diskussion über die Wahrheitswerte noch längst nicht abgeschlossen. Von vielen Autoren wird das Zweiwertigkeitsprinzip in Frage gestellt und es ergeben sich interessante Weiterentwicklungen der klassischen Logik.

Ebenfalls spannend wäre eine weiterführende Darstellung von Theorien. Die Annahme in der Problemdarstellung, dass Theorien zumindest potenziell konsistent sein können müssen, wurde vorweggenommen. Auch an dieser Stelle wäre es interessant, die Verknüpfung von Wahrheitstheorien und Logik zu untersuchen mit der Frage, ob denn eine konsistente Theorie wahr sein muss.

Wie so oft eröffnen sich mit dem Versuch der Beantwortung einer Frage viele weiterführende Fragen.

6 Literaturverzeichnis

Brauer, Ethan (2018): “Relevance for the classical logician”, In: *The Review of Symbolic Logic*. Cambridge: Cambridge university press, pp. 1-22. doi: 10.1017/S1755020318000382.

Cuonzo, Margaret (2015): *Paradoxien*. Wiesbaden: Berlin University Press.

Hardy, Jörg / Schamberger, Christoph (2018): *Logik der Philosophie*. Göttingen: utb.

Hoyningen-Huene, Paul (1998): *Formale Logik. Eine philosophische Einführung*. Stuttgart: Reclam.

Mares, Edwin (2014): Relevance Logic. The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Online: <https://plato.stanford.edu/entries/logic-relevance/> [12.04.2020].

Read, Stephen (1997): *Philosophie der Logik. Eine Einführung*. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.